

# Redes Neurais: Uma Aplicação na Previsão de Vendas

Angela P. Ansuj

Maria Emília Camargo

Deoclécio Gomes Petry

Programa de Pós-Graduação em Métodos Quantitativos

Departamento de Estatística - Centro de Ciências Naturais e Exatas - UFSM

Santa Maria, RS.

**Palavras Chave:** Rede Neural, ARIMA, Retropropagação

## RESUMO

Aplicou-se os modelos ARIMA e de retropropagação na análise do comportamento da série de vendas de uma empresa de porte médio de Santa Maria, no período de janeiro de 1979 a dezembro de 1989. Inicialmente, avaliou-se os dados a partir de uma análise exploratória e das funções de autocorrelação e de autocorrelação parcial, com o objetivo de verificar a existência de componentes sazonais, de não estacionaridade e aleatoriedade dos dados. O número de unidades da camada intermediária foi determinado por tentativas. Utilizou-se a análise da série residual para determinar o modelo mais adequado aos dados, bem como para escolher a melhor rede. A previsão pontual obtida através da rede Neural foi superior ao modelo ARIMA de Box-Jenkins.

## Introdução

Neste trabalho, utilizou-se modelos ARIMA de Box-Jenkins e o de Retropropagação, que consiste de uma Rede Neural multicamada com as unidades conectadas apenas com as unidades da camada subsequente e com a informação passada em única direção, (Box-Jenkins, 1976; CAMARGO, 1992; WASSERMAM, 1989) para o comportamento de uma série de vendas mensal de uma empresa de porte médio de Santa Maria, Rio Grande do Sul, no período de janeiro de 1979 à dezembro de 1989.

## Metodologias

### Modelo ARIMA com intervenção

A análise de intervenção é um modelo de Função de Transferência Estocástica, onde é possível interpretar a maneira de incorporar seus efeitos ao modelo da série temporal.

Os maiores efeitos da intervenção são notados na mudança do nível na direção ou inclinação da série em estudo, e também para alterar as variáveis dos erros e introduzir no modelo componentes que não haviam antes; regressivos em um processo de médias móveis.

Seja uma série temporal para a qual verificou-se e estimou-se um modelo ARIMA com o qual vêm se fazendo previsões há algum tempo; num dado instante ocorre um evento independente do fenômeno que originou a série temporal, mas cujos efeitos podem se manifestar sobre ela.

Esse evento externo, cujos efeitos influenciam a série em estudo, deve ser incorporado ao modelo, como uma informação adicional à série. Esta incorporação de informação chama-se de intervenção. O modelo de intervenção pode ser representado por:

$$f(k, x, t) = \sum_{j=1}^k v_j(B) x_{tj} + \eta_t \quad (1)$$

$$f(k, x, t) = \sum_{j=1}^k \frac{w_j(B)}{\sigma_j(B)} x_{tj} + \eta_t \quad (2)$$

$x_{tj}$ ,  $j = 1, 2, \dots, k$  são variáveis exógenas (intervenção). Eventualmente pode-se usar  $x_{t,b}$ , onde  $b$  é o espaço de tempo decorrido entre as séries de entrada e saída (defasagem entre as séries);  $k$  é o conjunto de parâmetros desconhecidos que aparecem em  $v_j(B)$  ou em  $w_j(B)$  e  $\sigma_j(B)$ .

Onde:  $v_j(B) = w_j(B)/\sigma_j(B)$ ,  $j = 1, 2, \dots, k$  é a função de transferência da  $j$ -ésima variável exógena, sendo  $v_j(B)$ ,  $w_j(B)$  e  $\sigma_j(B)$  polinômios em  $B$  e  $\eta_t$  é o ruído que pode ser representado por um modelo ARIMA, inclusive com componentes sazonais.

Cada série  $x_{tj}$  é um indicador que assume os valores 0 ou 1, representando, respectivamente, a ausência ou a presença da  $j$ -ésima intervenção, isto é, a não ocorrência ou a ocorrência do  $j$ -ésimo evento.

As séries indicadoras de intervenções podem ser representadas por três tipos de variáveis binárias.

- 1) Função Impulso - Intervenção do tipo 1;
- 2) Função degrau ("Step function") - Intervenção tipo 2;
- 3) Função impulso sazonal - Intervenção tipo 3.

## Modelo de Rede Neural

O modelo de Retropropagação é o paradigma comumente usado em áreas como reconhecimento de sinais, e principalmente em Previsão de Séries Temporais (BEALE, 1990 e MELO, 1991). O modelo retropropagação utiliza uma topologia de 3 ou mais camadas. As conexões entre as unidades são do tipo intercadas e são direcionadas da camada de entrada para a camada de saída.

A rede neural se ajusta como um modelo de previsão de séries temporais da seguinte forma:

1 - as unidades de entrada são compostas por informações relevantes para a previsão;

2 - os pesos são os parâmetros do modelo e serão estimados através do aprendizado da rede que leva em conta pares de entradas com as respectivas saídas alvos (valores reais da série temporal);

3 - as unidades da camada escondida servem de ligação entre as camadas e entrada e saída; seu papel é fundamental para a escolha do melhor conjunto de pesos, pois a não linearidade do modelo se localiza na função de ativação das unidades escondidas;

4 - a camada de saída é composta de uma única unidade e portadora da informação desejada: a previsão;

5 - o treinamento dos pesos é a estimação dos parâmetros do modelo; como o aprendizado é supervisionado, podemos, a partir do treinamento, gerar na camada de saída previsões de 1, 2, ..., etc., passos à frente.

6 - Os hiperparâmetros são valores forne-

dos pelo usuário, que em geral são constantes. São eles: taxa de aprendizado, termo de momento e tamanho do intervalo de variação dos pesos e tendências.

No modelo de retropropagação os parâmetros (pesos das conexões e tendências) são modificados durante o treinamento pelo método gradiente. No modelo de retropropagação original, a função de custo é tomada como a variância residual total, ou soma total dos quadrados para uma série de pontos S.

$$tss(S) = (\text{real}_k - \text{previsão}_k)^2 = (x_t - x_t')^2$$

onde  $x_t$  é o valor real da série temporal t, e  $x_t'$  é o valor de saída da rede para o tempo t. Essa medida indica o quanto bem a superfície sobre o espaço de entrada se ajusta aos pontos  $(x_t, t \in S)$ . O valor de MSE (Mean Square Error) é obtido dividindo-se o valor de tss pelo tamanho do conjunto,

$$MSE = \frac{tss}{S}$$

o valor de RMSE (Root Mean Square Error) é obtido por:

$$RMSE = \sqrt{MSE}$$

e, finalmente, o valor de nRMSE é obtido dividindo-se o valor de RMSE pelo desvio padrão da série para obtermos um valor que permita a comparação entre séries distintas;

$$nRMSE = \frac{RMSE}{\sigma_s}$$

arv (average relative variance) = nRMSE<sup>2</sup>

# Modelos estimados

## Análise Preliminar

Inicialmente avaliou-se os dados a partir de uma análise exploratória e das funções de autocorrelação e de autocorrelação parcial, verificando-se a existência de componentes sazonais, de não estacionariedade e aleatoriedade dos dados.

## Modelo ARIMA com intervenção

O modelo ajustado com intervenção - ARIMA (1, 1, 6)(0, 1, 0)<sub>12</sub>, cujos parâmetros estimados e as estatísticas estão apresentados na TABELA 1.

Parâmetro	Valor Estimado	Estatística "t"
$\phi_1$	-0.37774	-4.05
$\theta_6$	-0.56638	-6.45
$\xi_1$	-0.14228	-4.93
$\xi_2$	-0.22293	-5.06
$\xi_3$	-0.17447	-4.21
$\xi_4$	-0.11857	3.37
$\xi_5$	-0.99164	2.99

TABELA 1 - Parâmetros estimados e estatística "t" para o modelo univariado com intervenção para a série de vendas de uma empresa de porte médio de Santa Maria

As estatísticas de ajuste para o modelo são:

$$R^2 = 0.98015$$

$$AIC = -5.9484$$

$$BIC = -5.7841$$

As estatísticas do ruído são:

$$\text{Média} = -0.00708 \quad 0.00$$

$$\text{Desvio Padrão} = 0.04762$$

$$\text{Variância} = 0.00227$$

As intervenções identificadas para a série de Vendas durante o período analisado, a um nível de significância de 5% estão apresentadas na TABELA 2.

Tipo de Intervenção	Instante	Período
$X_{11} \rightarrow 1$	99	MAR/87
$X_{21} \rightarrow 1$	131	NOV/89
$X_{31} \rightarrow 2$	123	MAR/89
$X_{41} \rightarrow 3$	115, 127, ...	JUN/88
$X_{51} \rightarrow 2$	108	DEZ/87

TABELA 2 - Tipos de Intervenção detectadas

As intervenções ocorridas são do tipo impulso, degrau e impulso sazonal.

Observa-se que as estimativas dos coeficientes das variáveis de intervenção " $i$ " tem os sinais esperados. Isto é,  $i_1$  e  $i_2$  têm sinais negativos, enquanto  $i_3$ ,  $i_4$  e  $i_5$  têm sinais positivos.

A inclusão destas variáveis no modelo pode ser justificada da seguinte forma:

1) a primeira intervenção representa os reflexos, devido ao plano cruzado que impôs um congelamento de preços, o qual vigorou de março a novembro de 1986;

2) a intervenção de novembro de 1989 é o reflexo do choque heterodoxo do plano verão;

3) a intervenção ocorrida em março de 1989 é devido ao acréscimo dos preços em

conseqüência da memória inflacionária;

4) o acréscimo das vendas em junho de 1988, é caracterizado pelo efeito sazonal, pois em todos os anos, a partir de 1988, tem ocorrido acréscimo nas vendas, sendo mais acentuado no ano de 1988; e como pode ser observado, a harmonia referente ao mês de junho é altamente significativa;

5) finalmente, esta variável representa a intervenção devida ao Plano Bresser, uma nova tentativa de congelamento de preços, desta vez por um período mais curto, de julho a outubro de 1987.

## Rede Neural

### Arquitetura

Foram testadas várias arquiteturas e avaliadas as previsões, sendo que a arquitetura escolhida foi:

i) 14 unidades na camada de entrada, da seguinte forma:

- 2 lags passados:  $x_t$  e  $x_{t-1}$ ;

- 12 unidades sazonais

1	0	0	0....	0
0	1	0	0....	0
0	0	1	0....	0
0	0	0	1....	0
.....				
0	0	0	0....	1

ii) duas unidades na camada escondida;

iii) uma unidade na camada de saída  $x_{t+1}$

### Treinamento

O treinamento foi repetido 1950 vezes, com as atualizações dos pesos realizadas a cada 20 padrões apresentados sem fermentação.

A constante de aprendizado foi mantida igual a 0,14 e, nas últimas 400 vezes, usou-se o termo de esquecimento igual a 0,5. Este valor foi considerado a fim de se dar mais peso às observações mais recentes.

O termo momento usado foi de 0,8 e o tamanho do intervalo de variação dos pesos foi igual a 4.

### Comparação do Modelo ARIMA e da Rede Neural.

O modelo ARIMA com intervenção apresentou uma variação residual de 0.00227, enquanto o modelo da rede neural apresentou uma variância residual de 0.00104.

A rede neural escolhida apresentou, para os últimos 12 meses, as melhores previsões que o modelo ARIMA com intervenções. O erro absoluto médio de previsão foi de 7.6486 para o modelo obtido pela rede, enquanto o modelo ARIMA com intervenções foi de 9.8642.

### Conclusão

A série de vendas apresentou uma sazonalidade marcante, para a qual foi necessário 12 unidades binárias (0 ou 1) para determinar o peso relativo e o mês.

O modelo obtido pela rede neural foi superior ao modelo ARIMA, tanto no ajuste como na previsão.

## Referências Bibliográficas

BOX, G. E. & JENKINS, G. M. **Time séries analysis, forecasting and control**. San Francisco, Holden Day.

CAMARGO, M. E. **Modelagem Clássica e Bayesiana: uma evidência empírica do processo inflacionário brasileiro**. Tese de Doutorado. Programa de Pós-Graduação, UFSC, 1992.

MELO, M. P. (1991). **Redes Neurais Artificiais: uma aplicação à previsão de preços de derivados de Petróleo**. Dissertação de Mestrado. Depto de Informática. PUC-RJ.

WASSERMAN, P.D. (1989). **Neural Computing. Theory and practice**. Van Nostrand Reinhold.